

Dagens 8/9

1. Beräkna

a. $6! + 0!$

b. $\binom{7}{4}$

c. $\binom{71}{43} - \binom{71}{28}$

d. $\binom{9}{0} + \binom{9}{1} + \binom{9}{2} + \dots + \binom{9}{9}$

2. Utveckla

a. $(2x + y)^5$

b. $\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x^4}$

3. Bestäm koefficienten till x^3 i utvecklingen av $\binom{7}{x} + \frac{\sqrt{2}}{x}$.

4. Man vet att utvecklingen av $\sqrt{x} + \frac{2}{x^2}$ innehåller termen $14x$. Bestäm n .

5. I Enkelrikatadelandet är varje par av städer förbundna med en direkt, men enkelriktad väg. Visa att det finns en stad, ”startstaden”, från vilken man kan åka och passera alla städer exakt en gång.

Svar

1. a. 721 b. 35 c. 0 d. 2^9

2. a. $32x^5 + 80x^4y + 80x^3y^2 + 40x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$ b. $x^{4/3} + 4 + 6x^{1/3} + 4x^{2/3} + x$

3. 42

4. $n = 7$

Dagens 10/9

1. Bestäm i förekommande fall inversfunktionen $f^{-1}(x)$ till den funktion $f(x)$ som anges nedan. Bestäm definitionsmängden och värdemängden till f resp. f^{-1} .

a. $f(x) = \frac{x+2}{x+3}$

b. $f(x) = \frac{x^2}{1+2x}$

2. Visa att funktionen $f(x) = 2x + x^{17}$ har en invers f^{-1} . Beräkna $f(1)$ och $f^{-1}(3)$.

3. Beräkna exakt (svaren får inte innehålla cyklometrisk eller trigonometriska funktioner):

a. $\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

b. $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} + \arcsin\frac{1}{2}$

c. $\sin(\arcsin\frac{3}{5})$

d. $\cos(\arcsin\frac{1}{4})$

e. $\sin\left(\arcsin\frac{1}{3} + \arcsin\frac{2}{3}\right)$

f. $\sin\left(2\arcsin\frac{1}{3}\right)$

g. $\arcsin\left(\sin\frac{\sqrt{7}}{9}\right)$

h. $\arcsin\left(\sin\frac{7\sqrt{7}}{9}\right)$

i. $\sin\left(\arccos\frac{1}{3}\right)$

j. $\sin\left(\arcsin\frac{1}{\sqrt{5}} + \arccos\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$

k. $\cot\left(\arcsin\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$

l. $\cos\left(2\arccos\frac{2}{3}\right)$

m. $\arccos\left(\cos\frac{\sqrt{7}}{9}\right)$

4. Verifiera att $\arcsin\frac{13}{14} + \arccos\frac{1}{7} = \frac{5\sqrt{2}}{6}$.

5. Lös ekvationen $2\arcsin x = \arccos x$

6. Visa att $\sinh 2x = 2\sinh x \cosh x$.

7. Bestäm de sammansatta funktionerna $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ och $g \circ g$ om $f(x) = \sqrt{x+1}$ och $g(x) = x^2 - 1$.

Svar:

1. a. $f^{-1}(x) = \frac{2\sqrt{3x}}{x+1}$. $D_f = V_{f^{-1}} =$ alla reella tal utom -3 . $V_f = D_{f^{-1}} =$ alla reella tal utom 1 .

b. Har ingen invers.

2. $a > b \Rightarrow 2a + a^{17} > 2b + b^{17}$ dvs $f(a) > f(b) \Rightarrow f$ har en invers. $f(1) = 3 \Rightarrow f^{-1}(3) = 1$.

3. a. $-\pi/4$ b. $\pi/6$ c. $3/5$ d. $\sqrt{15}/4$ e. $(\sqrt{5} + 4\sqrt{2})/9$
f. $4\sqrt{2}/9$ g. $-\pi/9$ h. $2\pi/9$ i. $2\sqrt{2}/3$ j. $4/5$
k. $1/2$ l. $-1/9$ m. $\pi/9$

5. $1/2$

7. $f \circ g(x) = |x|$, $g \circ f(x) = x$, $f \circ f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{x+1}}$ och $g \circ g(x) = x^4 - 2x^2$.